جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر علم المرونة - رابعة رياضيات (ميكانيك)
الفصل الثاني 2016 - 2017

الدرجة: 100

السؤال الأول: (50)

١	خطأ	2	تصويب الخطأ: يساوي e^{s}_{2l}	3
٢	خطأ	2	تصويب الخطأ: إذا أضفنا الواحد إلى مربعي أي عنصر من عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة $\{e_{ij}(P,t)\}_{3\times3}$ فالناتج دوماً موجب.	3
٣	خطأ	2	تصويب الخطأ: إن كل من $\{e_{ij}(P,t)\}_{3\times3}$ و $\{\eta_{ij}(P,t)\}_{3\times3}$ متناظر.	3
٤	خطأ	2	تصويب الخطأ: عندئذ سيعرف هذا الوسط تحت اسم التلدين الذي ينسحب ويلدن.	3
٥	خطأ	2	تصويب الخطأ: لا يتغير تنسير الحملة الإهلاثية.	3
٦	خطأ	2	تصويب الخطأ: تمدد نسبي باتجاه Ox_2 ومحافظة نسبية باتجاه كل من Ox_1 و Ox_3.	3
٧	خطأ	2	تصويب الخطأ: تشوه حاد في الزاوية ما بين الاتجاهين (1) و(2).	3
٨	خطأ	2	تصويب الخطأ: $\lambda_{22}=-1+\sqrt{\frac{11}{10}}$	3
٩	خطأ	2	تصويب الخطأ: $\cos\check{\varphi}(1,3)=\frac{1}{12}$	3
١٠	خطأ	2	تصويب الخطأ: $I_1(P_1;t_1)=\frac{1}{20}$	3

السؤال الثاني : (28)

أولاً : العلاقة المطلوبة هي :

$$\eta_{jk} = \frac{1}{2}\left[S_{jk} - B_{jk}\right] \quad , j,k = 1,2,3$$

حيث :

$$B_{jk}(p';t) = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}(p';t) . \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k}(p';t)$$

أي

$$* \quad \eta_{jk}(p';t) = \frac{1}{2}\left[S_{jk} - \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}(p';t) . \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k}(p';t)\right] ; j,k=1,2,3$$

نعلم أن المركبات الديكارتية الأولرية لمتجه الإزاحة $\vec{u} = \vec{P'P}$ هي :

$$** \quad x_i(p';t) = \xi_i - u_i(p';t) ; i=1,2,3 \Leftarrow u_i(p';t) = \xi_i - x_i(p';t)$$

لإيجاد المطلوب، نشتق طرفي ** جزئياً مرة بالنسبة لـ ξ_j وفي المرة الثانية بالنسبة لـ ξ_k ، فنجد بعد الحساب :

$$*** \quad \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}(p';t) = S_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j}(p';t)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial \xi_k}(p';t) = S_{ik} - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}(p';t)$$

وما علينا الآن إلا أن نعوض *** في * ، فنجد :

$$\eta_{jk}(p';t) = \frac{1}{2}\left\{S_{jk} - \left[S_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j}(p';t)\right]\left[S_{ik} - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}(p';t)\right]\right\}$$

وتطبيق خواص اتفاقية الجمع على الأدلة المكررة ، نجد :

$$\eta_{jk}(p';t) = \frac{1}{2}\left[S_{jk} - S_{ij}S_{ik} + \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}(p';t) S_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j}(p';t) S_{ik} - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j}(p';t) . \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}(p';t)\right]$$

$$\Rightarrow \eta_{jk}(p';t) = \frac{1}{2}\left[\cancel{S_{jk}} - \cancel{S_{jk}} + \frac{\partial u_j}{\partial \xi_k}(p';t) + \frac{\partial u_k}{\partial \xi_j}(p';t) - \frac{\partial u_i}{\partial \xi_j}(p';t) . \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}(p';t)\right]$$

وهو الحد العام لمصفوفة الانفعالات الأولرية المتعلقة بالجملة $Ox_1x_2x_3$ ، ومكتوباً بدلالة المشتقات الجزئية لـ $u_i(p';t)$ بالنسبة لـ ξ_j .

10

ثانياً: لدينا :

$$0=\lambda_{11}=-1+\sqrt{1+2e_{11}(P_1;t_1)} \Rightarrow e_{11}(P_1;t_1)=0$$

$$0=\lambda_{22}=-1+\sqrt{1+2e_{22}(P_1;t_1)} \Rightarrow e_{22}(P_1;t_1)=0$$

$$-1+\sqrt{\frac{11}{10}}=\lambda_{33}=-1+\sqrt{1+2e_{33}(P_1;t_1)} \Rightarrow 2e_{33}(P_1;t_1)=\frac{11}{10}-1 \Rightarrow e_{33}(P_1;t_1)=\frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{20}=\cos\overset{*}{\varphi}(1,2)=\frac{2e_{12}(P_1;t_1)}{(1+\lambda_{11})(1+\lambda_{22})}=\frac{2e_{12}(P_1;t_1)}{1\cdot 1} \Rightarrow e_{12}(P_1;t_1)=\frac{1}{40}=e_{21}(P_1;\dots$$

$$-\frac{2}{35}\sqrt{\frac{10}{11}}=\cos\overset{*}{\varphi}(1,3)=\frac{2e_{13}(P_1;t_1)}{(1+\lambda_{11})(1+\lambda_{33})}=\frac{2e_{13}(P_1;t_1)}{1\cdot\sqrt{\frac{11}{10}}} \Rightarrow e_{13}(P_1;t_1)=-\frac{1}{35}=e_{31}(P_1\dots$$

$$\frac{1}{25}\sqrt{\frac{10}{11}}=\cos\overset{*}{\varphi}(2,3)=\frac{2e_{23}(P_1;t_1)}{(1+\lambda_{22})(1+\lambda_{33})}=\frac{2e_{23}(P_1;t_1)}{1\cdot\sqrt{\frac{11}{10}}} \Rightarrow e_{23}(P_1;t_1)=\frac{1}{50}=e_{32}(\dots$$

18

السؤال الثالث : (22)

(1)- المركبات الديكارتية لشعاع الإزاحة $\vec{u}:=\vec{PP'}$ هي :

بالتالي: $u_i(P;t)=\xi_i(P,t)-x_i \; ; \; i=1,2,3$

$$u_1(P;t)=\xi_1(P,t)-x_1=x_1\cos(t+2t^2)+x_2\sin(t+2t^2)-x_1$$
$$=x_1[\cos(t+2t^2)-1]+x_2\sin(t+2t^2)$$

$$u_2(P;t)=\xi_2(P;t)-x_2=-x_1\sin(t+2t^2)+x_2\cos(t+2t^2)-x_2$$
$$=-x_1\sin(t+2t^2)+x_2[\cos(t+2t^2)-1]$$

$$u_3(P;t)=\xi_3(P;t)-x_3=\frac{x_3}{1+t}-x_3=x_3\left(\frac{1}{1+t}-1\right)=-x_3\frac{t}{1+t}.$$

8

(2)- مصفوفة المقالات اللاغرانجية المتعلقة بالجملة $Ox_1x_2x_3$ ، عناصرها هي :

بالتالي ، $e_{jk}(P;t)=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\xi_i}{\partial x_j}(P;t)\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial x_k}(P;t)-\delta_{jk}\right] \; ; \; j=1,2,3 \; ; \; k=1,2,3$:

$$e_{11}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial x_1}-\delta_{11}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_1}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial\xi_1}{\partial x_1}+\frac{\partial\xi_2}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial\xi_2}{\partial x_1}+\frac{\partial\xi_3}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial\xi_3}{\partial x_1}-1\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left[\cos^2(t+2t^2)+\sin^2(t+2t^2)+0^2-1\right]=\frac{1}{2}(1-1)=0$$

$$e_{22}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial x_2}-\delta_{22}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_1}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial\xi_1}{\partial x_2}+\frac{\partial\xi_2}{\partial x_2}\frac{\partial\xi_2}{\partial x_2}+\frac{\partial\xi_3}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial\xi_3}{\partial x_2}-1\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left[\sin^2(t+2t^2)+\cos^2(t+2t^2)+0^2-1\right]=0$$

$$e_{33}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial x_3}\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial x_3}-\delta_{33}\right)=\frac{1}{2}\left[0^2+0^2+\left(\frac{1}{1+t}\right)^2-1\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(1+t)^2}-1\right].$$

مدرس المقرر
د. منتجب حسن

حمص ٦ حزيران ٢٠١٧